$$\delta_k(\omega) = \arg\left[\frac{1}{4\pi a} + \theta_k(\omega)\right]$$